

# 一种优化的gOMP稀疏OFDM信道估计方法

肖沈阳,金志刚,苏毅珊\*,张子洋

(天津大学 电气自动化与信息工程学院,天津 300072)

**摘要:**无线多径信道多呈现稀疏特性,即信道时延扩展大,但是路径的个数少,利用信道先验稀疏信息的稀疏信道估计方法可以提高稀疏信道的估计准确性。针对贪婪算法选择字典原子在残余误差最小意义下的非最优性,及广义正交匹配追踪算法gOMP利用含噪信号估计稀疏信道过程中过多的选择字典原子导致gOMP算法重建性能下降的问题,提出优化的广义正交匹配追踪算法(optimized generalized orthogonal matching pursuit, OgOMP)。在OgOMP算法原子选择阶段,采用使残余误差最小化的原子选择标准代替残差与字典内积绝对值最大化的原子选择标准以选择原子。为删除多余的误选原子,添加原子精炼步骤对每一步迭代后选择的字典原子进行二次选择,选择对应最大信道衰落系数的原子,选择的原子数与信道稀疏度相同,删除错选原子以保证重建信号与原始信号的稀疏性一致。本文仿真对比了gOMP和OgOMP算法的信道估计均方误差、误码率、残差收敛速度以及不同导频数、不同原子选择数对算法的影响。仿真结果表明:相同的误码率下,OgOMP算法比gOMP算法在估计稀疏信道时最大可以节省4 dB的信噪比,信噪比为20 dB时均方误差最大可以减小5 dB;两种算法的残差收敛速度均优于MP算法;导频数的增加可以减小两种算法的信道估计均方误差,相同信道估计性能下OgOMP算法具有更小的导频开销;每步迭代选择的原子数目不同时,相比于gOMP算法,OgOMP算法性能基本不变,具有更好的稳定性,仿真结果验证了改进算法的有效性。

**关键词:**信道估计;压缩感知;广义正交匹配追踪;OFDM

中图分类号:TN911.23

文献标志码:A

文章编号:2096-3246(2017)05-0149-07

## An Optimized gOMP Algorithm for Sparse OFDM Channel Estimation

XIAO Shenyang, JIN Zhigang, SU Yishan\*, ZHANG Ziyang

(School of Electrical and Info. Eng., Tianjin Univ., Tianjin 300072, China)

**Abstract:** The channel estimation accuracy could be improved significantly by sparse channel estimation methods with a priori sparsity, that is, a small number of significant paths and large time delays in wireless channels. In view of non-optimal selection of atoms when minimizing residual norm error in greedy algorithms and the performance degradation of generalized orthogonal matching pursuit (gOMP) caused by selection of excessive atoms, an algorithm named optimized generalized orthogonal matching pursuit (OgOMP) was proposed. In the procedure of selecting atoms in OgOMP, the criterion of selecting an atom which had the maximal absolute inner product with residual was substituted by a new criterion which selected an atom with minimum residual norm error. In order to delete wrongly chosen atoms, an atom refine procedure which selected the atoms with maximal channel fading factors was added to make a second choice for selected atoms at each iteration. The number of selected atoms was the same as the channel sparsity and then wrongly chosen atoms were deleted for guaranteeing the sparsity consistency between reconstructed signals and original signals. Finally, the performance of gOMP and OgOMP were compared in terms of the channel estimation mean square error, the bit error rate, the convergence of residual with different pilot numbers and selected atom numbers. It was shown that OgOMP could save 4 dB signal to noise ratio at same bit error rate and gain maximum 5 dB at 20 dB signal to noise ratio compared with gOMP; The convergences of residual of gOMP and OgOMP were superior to MP; More pilots could improve channel estimation mean square error in both two al-

收稿日期:2016-09-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61571318);海南省重点研发计划资助项目(ZDYF2016153);青海省自然科学基金重点项目资助(2015-ZJ-904)

作者简介:肖沈阳(1987—),男,博士生.研究方向:压缩感知;水声通信. E-mail: syxiao@tju.edu.cn

\*通信联系人 E-mail: yishan.su@tju.edu.cn

gorithms and OgOMP needed fewer pilot overhead with the same channel estimation performance; When different atom numbers were used at each iteration the performance of OgOMP was almost the same and it was more stable compared with gOMP. Experiments verified the effectiveness of OgOMP.

**Key words:** channel estimation; compressed sensing; generalized orthogonal matching pursuit; OFDM

随着数字电子技术和大规模集成电路的发展, 正交频分复用(orthogonal frequency division multiplexing, OFDM)因其具有较高的频率利用率和抗多径干扰的能力得到了迅猛发展<sup>[1-2]</sup>。OFDM系统把频率选择性衰落信道转换为并行的平坦衰落信道, 仅使用简单的均衡器即可实现信道的均衡, 使用循环前缀可有效的克服码间干扰(inter-symbol interference, ISI)。然而, 实现高速稳定的通信的首要条件是准确地估计信道以均衡信道对发送数据的影响。能否有效地估计信道关系到通信能否顺利进行, 信道估计的好坏决定着通信的质量。因此, 信道估计技术是OFDM系统的关键技术之一。

近年来, 随着压缩感知(compressed sensing, CS)技术的发展, 基于信道内在的稀疏性事实, 压缩感知技术广泛应用于稀疏信道估计<sup>[3-4]</sup>。基于压缩感知的信道估计技术能够充分利用信道的稀疏性这一先验信息, 用较少的导频即可获得较高的信道估计准确度<sup>[5]</sup>。压缩感知稀疏信号重建算法大致可以分为两类: 一类是基于 $\ell_1$ 范数的重构算法, 如基追踪(basis pursuit, BP)算法、基追踪降噪(basis pursuit denoising, BPDN)等; 另一类是基于贪婪思想的迭代算法, 如匹配追踪算法(matching pursuit, MP)。 $\ell_1$ 范数类算法是求解凸优化的问题, 计算量较大, 而贪婪算法计算量小, 因此基于贪婪思想的重构算法得到了广泛的应用。Lee<sup>[2]</sup>研究了分段正交匹配追踪算法的稀疏信道估计性能, 并针对块稀疏的信道提出了块分段正交匹配追踪算法。然而, 对于不具有块稀疏性的信道, 该算法应用受限。且分段正交匹配追踪算法需要提前确定门限阈值作为输入参数, 阈值较难选择。尹艳玲等<sup>[4]</sup>研究了基追踪降噪算法的信道估计性能, 通过与噪声方差有关的正则化参数调整稀疏度与残余误差的平衡, 改进了BPDN算法, 但是噪声方差在实际中是未知的, 该算法在实际中无法应用。Cotter等<sup>[6]</sup>最早研究了匹配追踪算法的信道估计性能, 利用信道的稀疏性先验信息, 可以准确地估计稀疏信道, 减少导频开销和提高通信系统的吞吐量, 然而, MP算法的投影非正交性使得算法原子选择非最优, 稀疏信道估计效果较差。Dai等<sup>[7]</sup>研究了正交匹配追踪算法(orthogonal matching pursuit, OMP)的信道估计性能, 其仿真表明OMP算法可以高效地估计稀疏信道, 但是OMP算法的收敛速度较慢。Jian等<sup>[8]</sup>对OMP算法进行了改进, 提出了广义正交匹配追踪算法(general-

ized orthogonal matching pursuit, gOMP), 与OMP算法每一次迭代仅选择一个原子不同, gOMP算法每一次迭代选取固定数目的多个原子, 加速了算法的收敛。Jian等<sup>[8]</sup>指出在无噪声情况下gOMP的重构概率比OMP算法更高, 在相同的迭代次数时gOMP算法能够较快的收敛。但在测量值受噪声干扰的情况下, 过多的迭代次数和原子选择会导致错选原子, 使得gOMP算法的性能下降, 并且贪婪算法的原子选择方法也是非最优的。

作者提出一种优化的gOMP算法(optimized orthogonal matching pursuit, OgOMP), 该方法使用最小残余误差的方法选择原子。当测量值中含有噪声时, 由于gOMP算法每一步选择多个原子导致其结果含有错选的原子, 提出原子精炼操作以删除错选原子, 减小估计信号与原始稀疏信号的误差, 保证估计的稀疏信号与原始信号具有相同的稀疏度。比较了gOMP算法和OgOMP算法的计算复杂度, 并从稀疏信道估计均方误差、残差收敛速度和不同导频数、不同原子数对算法的影响等方面仿真所提出算法的稀疏信道估计性能, 仿真结果验证了本文算法的有效性。

## 1 系统模型及压缩感知

### 1.1 系统模型

考虑一个具有 $N$ 个子载波的OFDM通信系统, 其中, 数据子载波数目为 $N_d$ , 导频数为 $N_p$ , 发送的频域导频符号可以表示为 $X(k_1), X(k_2), \dots, X(k_{N_p})$ , 其中 $P = \{k_1, k_2, \dots, k_{N_p}\} \subset \{1, 2, \dots, N\}$ 表示从 $N$ 个子载波中选择的 $N_p$ 个导频载波索引集。接收端导频子载波所接收的频域信号可以表示为 $\mathbf{y} = [Y(k_1), Y(k_2), \dots, Y(k_{N_p})]^T$ 。OFDM符号的频域发送信号矢量 $\mathbf{X}$ 与接收信号矢量 $\mathbf{y}$ 的关系可以表示为<sup>[9]</sup>:

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}\mathbf{W}_p\mathbf{h} + \mathbf{n} = \Phi\mathbf{h} + \mathbf{n} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{X} = \text{diag}(X(k_1), X(k_2), \dots, X(k_{N_p}))$ 为对角线元素由发送导频符号构成对角矩阵,  $\mathbf{n}$ 为频域复加性高斯白噪声矢量,  $\mathbf{W}_p$ 为从 $N \times N$ 离散傅里叶变换矩阵中选择导频索引 $P$ 对应的行和前 $L$ 列构成的部分傅里叶变换矩阵,  $\mathbf{h}$ 为 $L \times 1$ 的信道离散时域冲击响应。根据传统的LS(least square, LS)信道估计方法<sup>[10]</sup>, 由式(1)可得到信道冲击响应为:

$$\mathbf{h} = (\Phi^H\Phi)^{-1}\Phi^H\mathbf{y} \quad (2)$$

传统的LS信道估计方法在信道密集多径时效果

较好,但是大量的实验表明信道具有稀疏性<sup>[11-13]</sup>,即 $\mathbf{h}$ 中的显著多径数少且分散,传统的LS算法对于具有较大时延的稀疏信道估计不能利用信道稀疏性,信道估计性能较差。近年来,兴起的压缩感知理论为估计未知的稀疏信号提供了全新的视角,达到了前所未有的估计性能。

## 1.2 压缩感知

由于Donoho等<sup>[14]</sup>的开创性工作,压缩感知相关技术迅速引起了稀疏信号处理领域的大量研究,并广泛的应用于医疗成像、通信、雷达、数据压缩等各个领域<sup>[15-18]</sup>。

压缩感知理论指出,对于稀疏信号 $\mathbf{h}$ ,经过测量矩阵 $\Phi$ 按照式(1)采样获得其测量值 $\mathbf{y}$ ,当 $\Phi$ 满足有限等距准则时,可以用 $\mathbf{y}$ 高概率的重建原始的稀疏信号 $\mathbf{h}$ ,当无噪声的情况时,可以达到精确的重建。

估计稀疏信道也就是求解式(3)的解<sup>[19]</sup>,即

$$\min \|\mathbf{h}\|_0 \text{ s.t. } \|\mathbf{y} - \Phi\mathbf{h}\|_2^2 \leq \sigma_n^2 \quad (3)$$

其中, $\sigma_n^2$ 表示式(1)中噪声矢量 $\mathbf{n}$ 的方差。式(3)是一个NP(non-deterministic polynomial, NP)难问题,通常使用复杂度较低的贪婪算法求解。OMP算法是经典的重建算法,文献[8]中指出提出的gOMP算法比OMP算法有更好的重建性能。然而,在含有噪声的情况下,gOMP算法过多的迭代和原子选择会导致选择错误的原子,引起重建性能的下降,而且,贪婪算法的每步原子选择也并非最优的,本文对gOMP算法提出改进,并研究gOMP算法和OgOMP算法的信道估计性能。gOMP算法的具体步骤如下<sup>[8]</sup>:

输入: $M \times 1$ 的测量值 $\mathbf{y}$ , $M \times N$ 的感知矩阵 $\Phi$ ,稀疏度 $K$ 。每一步选择的原子数 $m$ ( $m \leq K, Km \leq M$ )。

初始化:迭代计数 $t=0$ ,残差矢量 $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$ ,估计的支撑集 $\Lambda_0 = \emptyset$ 。

1)原子选择。 $t = t + 1$ ,选择对应 $|\Phi^H \mathbf{r}_{t-1}|$ 模值最大的 $m$ 个值的 $m$ 个行索引 $i_1, i_2, \dots, i_m$ 。

2)更新索引集。 $\Lambda_t = \Lambda_{t-1} \cup \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 。

3)稀疏信号估计。 $\mathbf{x}_t = \arg \min \|\mathbf{y} - \Phi_{\Lambda_t} \mathbf{x}\|_2$ 。

4)更新残差 $\mathbf{r}_t$ 。 $\mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \Phi_{\Lambda_t} \mathbf{x}_t$ 。

5)当 $t < \min(K, M/m)$ 时转到步骤1);否则,停止迭代输出估计稀疏信号 $\hat{\mathbf{x}}$ ,即

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}, \text{supp}(\mathbf{x})=\Lambda_t} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2$$

## 2 gOMP算法和OgOMP算法

### 2.1 gOMP算法

gOMP算法与经典的OMP算法相比,都是根据残差与测量矩阵的每一列的内积模值大小为标准来进

行原子的选择。与OMP算法每一次迭代只选择一个与当前残差内积模值最大的原子不同,gOMP算法在每一次迭代选择 $m$ ( $m \geq 1$ )个原子,因此gOMP具有更快的收敛速度。对于稀疏度为 $K$ 的稀疏信号,OMP算法和gOMP算法在进行相同 $K$ 次迭代后,gOMP算法相当于进行了 $Km$ 次的OMP迭代计算,具有比OMP算法更好的性能。但是,当测量值含有噪声时,过多的迭代导致了gOMP算法选择了多于 $K$ 个原子,即有错误的原子被选中。而且,贪婪算法在残余误差最小意义下的原子选择标准也是非最优的。

### 2.2 OgOMP算法

在对原子的选取准则上,文献[20]表明,贪婪算法的原子选择方法并不是最优的。尽管OMP算法改进了MP算法投影的非正交问题,但是OMP算法使用MP算法的内积模值最大化准则以选择原子,信号正交投影到选择的原子上并不能使残余误差最小,即残余误差最小意义下是非最优的。最优的原子选择方法应该是使信号在已选择的原子上正交投影后,新的残余误差最小。设测量矩阵的原子索引集合为 $\Omega$ ,第 $n$ 次迭代之后的残差为 $\mathbf{r}_n$ ,选择的索引集合为 $\Lambda_n$ ,未选择的原子索引集合为 $\Omega \setminus \Lambda_n$ ,gOMP算法每次选取满足式(4)的原子,

$$\arg \max_{i \in \Omega} |\langle \Phi_i, \mathbf{r}_n \rangle| \quad (4)$$

其中, $\Phi_i$ 表示矩阵 $\Phi$ 的第 $i$ 列。

优化的gOMP算法根据残余误差意义下的最小原则选择原子,即选择的字典原子应该使式(5)最小。

$$\arg \min_{i, \Lambda_n = \Lambda_{n-1} \cup i, i \in \Omega \setminus \Lambda_{n-1}} \|\mathbf{y} - \Phi_{\Lambda_n} \Phi_{\Lambda_n}^+ \mathbf{y}\|_2 \quad (5)$$

尽管最小残余误差意义下的原子选择方法与贪婪算法的原子选择方法不同,但是,字典原子选定之后,两种算法都使信号在已选择的原子上的残余误差最小。

同时,gOMP算法存在一个严重的问题是过多的选择原子。在无噪声的情况下,对稀疏度为 $K$ 的稀疏信号, $K$ 次迭代后OMP算法最多可以选择 $K$ 个原子,但是gOMP算法选择的原子个数一般大于 $K$ 。尽管无噪声的情况下更好地逼近了稀疏信号,但是过多的原子选择已偏离最初的 $K$ 稀疏信号,重构的信号已不再是 $K$ 稀疏信号。而且,一般测量值信号都受到噪声的影响,无噪声的情况只是理想的情况。当测量值含有噪声时,对于 $K$ 稀疏信号,gOMP算法的 $K$ 次迭代之后,多选的原子为错误的原子,使算法重建性能严重下降,尽管信号的残差在减小,但是过多的原子近似或者说错误原子的选择使得稀疏逼近更多的逼近含有噪声的信号而不是原始无噪信号,因此gOMP算法



抗噪声能力较差。

针对gOMP算法过多的原子选择问题,引入原子精炼的思想,在每一次迭代之后,对已经选择的原子进行2次选择。对于K稀疏信号,因为一般测量矩阵行数  $M \gg K$ , 为保证在  $m=1$  的情况下仍得到一个K稀疏信号, 设置迭代次数为  $\min(K, M/m)$ , 提出的OgOMP算法步骤如下:

输入: 测量矢量  $\mathbf{y}$ ,  $M \times N$  观测矩阵  $\Phi$ , 稀疏度  $K$ , 每次迭代选取的原子个数  $m$  ( $m \leq K, Km \leq M$ )。

输出: 估计的信号矢量  $\hat{\mathbf{x}}$ 。

1) 初始化。  $\mathbf{r}_0 = \mathbf{y}$ , 索引集  $\Lambda_0 = \Gamma = \emptyset$ , 迭代计数  $t = 0$ , 索引集  $\Omega = \{1, 2, \dots, N\}$ 。

2) 原子选择。  $t = t+1$ , 逐个添加索引集  $\Omega \setminus \Lambda_{t-1}$  中的每个索引到索引集  $\Gamma$ , 即  $\Gamma = \Lambda_{t-1} \cup i, i \in \Omega \setminus \Lambda_{t-1}$ , 并计算对应的残余误差  $q_i = \|\mathbf{y} - \Phi_{\Gamma} \Phi_{\Gamma}^{\dagger} \mathbf{y}\|_2$ , 选择与最小的  $m$  个  $q_i$  值相对应的索引  $i_1, i_2, \dots, i_m$ 。

3) 更新索引集。  $\Pi = \Lambda_{t-1} \cup \{i_1, i_2, \dots, i_m\}$ 。

4) 稀疏信号估计和更新残差。如果索引集  $\Pi$  中的索引个数小于  $K$  即  $\text{card}(\Pi) < K$ , 则令  $\Lambda_t = \Pi$ ; 否则, 计算稀疏矢量  $\mathbf{x}'$ ,  $\mathbf{x}' = \arg \min \|\mathbf{y} - \Phi_{\Pi} \mathbf{x}\|_2$ , 对  $\mathbf{x}'$  求绝对值并由大到小排序, 保留  $\mathbf{x}'$  中最大的  $K$  个值对应的索引  $j_1, j_2, \dots, j_K$ , 更新索引集  $\Lambda_t$ ,  $\Lambda_t = \{j_1, j_2, \dots, j_K\}$ , 计算残差矢量  $\mathbf{r}_t$ ,  $\mathbf{r}_t = \mathbf{y} - \Phi_{\Lambda_t} \mathbf{x}'_{\Lambda_t}$ 。

5) 当  $t \geq \min(K, M/m)$  时, 停止迭代; 否则, 转到步骤2)。

6) 输出重建的稀疏信号矢量  $\hat{\mathbf{x}}$ 。即

$$\hat{\mathbf{x}} = \arg \min_{\mathbf{x}, \text{supp}(\mathbf{x}) = \Lambda_t} \|\mathbf{y} - \Phi \mathbf{x}\|_2。$$

OgOMP算法除了原子的选择标准与贪婪类算法不同以外, 在原子的精炼阶段, 提出的算法先根据当前迭代的原子集合  $\Pi$  计算稀疏信号  $\mathbf{x}'$ , 再保留  $\mathbf{x}'$  中  $K$  个最大模值系数所对应的索引值, 以保证重建的稀疏信号与原始信号具有相同的稀疏度, 增强算法的抗噪声性能, 具体的选择方法如上述步骤4) 所示。

考虑计算复杂度, 过程如下:

1) 原子选择。残余误差计算复杂度为  $O(\text{card}(\Lambda_{t-1})NM)$ , 选择最优的  $m$  个原子的计算复杂度为  $O(Nm)$ , 总复杂度为  $O(\text{card}(\Lambda_{t-1})NM)$ 。

2) 稀疏信号估计。稀疏信号估计可以通过QR分解求解, 其计算复杂度为  $O(\text{card}(\Pi)NM)$ 。

3) 残差计算。残差计算的计算复杂度为  $O(\text{card}(\Lambda_t)M)$ 。

gOMP和OgOMP算法的计算复杂度如表1所示。

由表1可以看出, OgOMP算法的计算复杂度略高于gOMP算法。

OgOMP算法是在已知稀疏度的情况下设置迭代停止条件, 在未知稀疏信号稀疏度的情况下, 可使残差满足一定的阈值时停止算法的迭代。

表 1 计算复杂度

操作	gOMP	OgOMP
原子选择	$O(MN)$	$O(\text{card}(\Lambda_{t-1})NM)$
信号估计	$O(tM)$	$O(\text{card}(\Pi)NM)$
更新残差	$O(mtM)$	$O(\text{card}(\Lambda_{t-1})M)$
总复杂度	$O(MN)$	$O(\text{card}(\Pi)NM)$

### 3 仿真实验验证

对于一个OFDM系统, 设子载波数目  $N=512$ 。仿真中, 信道长度  $L=50$ , 信道的稀疏度为  $K=5$ , 信道非零抽头位置服从  $[1, 50]$  的均匀分布, 非零抽头系数服从  $N(0, 1)$  的高斯分布, 且每一个OFDM符号对应的信道都不同。gOMP算法的测量值数为  $m = O(K^2 \log(N/K))$  量级, 由于信道的稀疏度为  $K=5$ , 未特别说明时, 选择导频数与文献[19]相同的4倍稀疏度即导频数  $N_p = 20$ , 测量矩阵行数  $M = 20$ 。系统调制方式为4PSK, 20个导频符号随机生成, 每个信噪比仿真800次。由于每次迭代选择的原子数  $m$  满足  $m \leq K, Km \leq M$  即可, 不失一般性地, 未特别说明时, 仿真中设定OgOMP算法和gOMP算法的每次迭代中选择的原子个数均为  $m=3$ 。仿真中加入LS算法和MP算法做对比, LS信道估计算法采用均匀的导频, MP算法与gOMP和OgOMP算法的导频随机分布。OgOMP算法、gOMP算法的迭代次数为  $\min(K, M/m)$ , MP算法迭代次数与稀疏度相同。仿真实验比较不同算法的误比特率 (bit error rate, BER) 和均方误差 (mean square error, MSE), 所采用的信道均方误差定义如下:

$$MSE = 10 \times \lg \left( \frac{E \left( \sum_k |H(k) - \hat{H}(k)|^2 \right)}{E \left( \sum_k |H(k)|^2 \right)} \right) \quad (6)$$

考虑到一般BER低于  $10^{-2}$  时, 误码率可以通过信道编码加以消除误码, 所以仿真信噪比最大设置为 20 dB。不同信道估计算法的误比特率和均方误差如图1和2所示。

由图1可以看出, 压缩感知算法明显优于传统的LS算法。由于导频数量较少, LS无法估计出稀疏信道, 而压缩感知算法能够利用信道的稀疏性, 仅用占子载波总数4%的导频即可准确地估计稀疏信道, 提高了频谱利用率。从图2可以得出: 在信噪比较低时, 随着信噪比的增加, gOMP和OgOMP算法信道估计均方误差稳定减小。MP算法的信道估计性能优于gOMP算法, 在高信噪比  $SNR=20$  时, gOMP算法的信道估计性能仅同MP算法相当, 抗噪声干扰能力较

差。OgOMP算法仅在低信噪比时略差于MP算法,随着信噪比的增加,OgOMP算法信道估计均方误差稳定减小。OgOMP算法与gOMP算法相比,OgOMP算法具有更低的误码率和均方误差,并且随着信噪比的提高,改进算法的信道估计准确性比gOMP算法的性能优势越来越明显,在20 dB时,改进的算法相比原算法可以获得最大约5 dB的性能增益,相同误码率下最大可节省4 dB的信噪比。这是由于改进的算法采用了最小残余误差意义下的原子选择标准,并且对选择出的原子进行二次的选择,删除了gOMP算法错选的字典原子,重建稀疏信号与原稀疏信号具有相同的稀疏度。

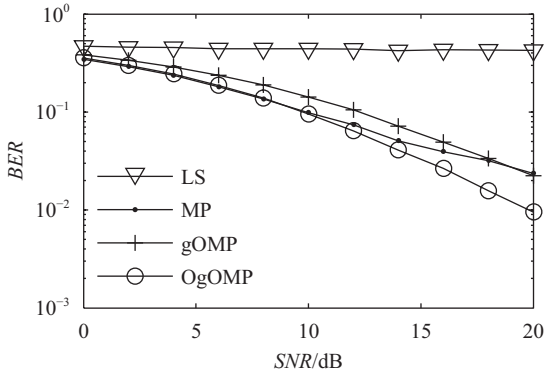


图1 不同信道估计算法的误码率

Fig.1 BER of different channel estimation algorithms

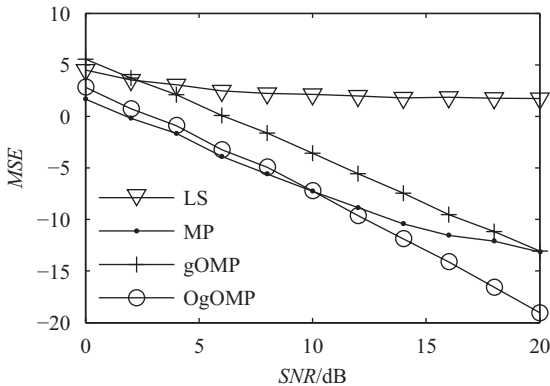


图2 不同信道估计算法的均方误差

Fig.2 MSE of different channel estimation algorithms

为了研究不同导频数对OgOMP算法的影响,进行了不同导频数的信道估计性能仿真实验,如图3所示。选择的导频数约是信道稀疏度的3倍、5倍和7倍即导频数为16、26、36,图3中算法名称后面的数字表示算法所使用的导频数。

由图3可以看出,导频数越多,OgOMP算法的信道估计性能越好。OgOMP算法仅用26个导频就取得比用36个导频的gOMP算法更好的信道估计性能,导频数为36时OgOMP比gOMP算法最大可获得7 dB增益。这是因为OgOMP算法剔除了误选原子,更好地

逼近原始稀疏信号,因此在相同信道估计性能下OgOMP算法具有更小的导频开销。

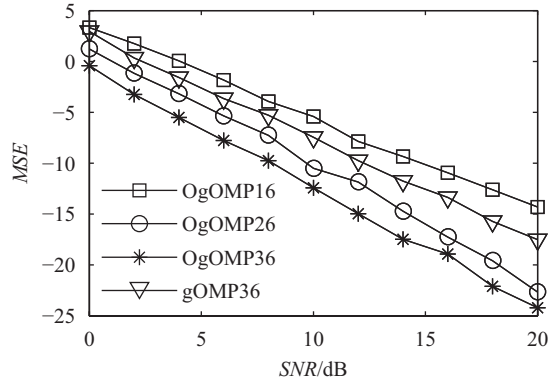


图3 OgOMP, gOMP算法不同导频数信道估计均方误差  
Fig.3 MSE of OgOMP, gOMP with different pilot numbers

由于每一步的原子选择数 $m$ 需满足 $m \leq K, Km \leq M$ ,因此对信道稀疏度 $K=5$ 的信道, $m$ 的范围为 $1 \leq m \leq 4$ 。为比较每一次迭代选择的原子数 $m$ 对OgOMP算法性能的影响,图4仿真比较每步迭代选择的原子数分别为 $m=2$ 和 $m=4$ 时gOMP和OgOMP算法信道估计均方误差。同时,为比较选择原子数 $m > 4$ 时两种算法的性能,图4也仿真了 $m=6$ 的信道估计均方误差。

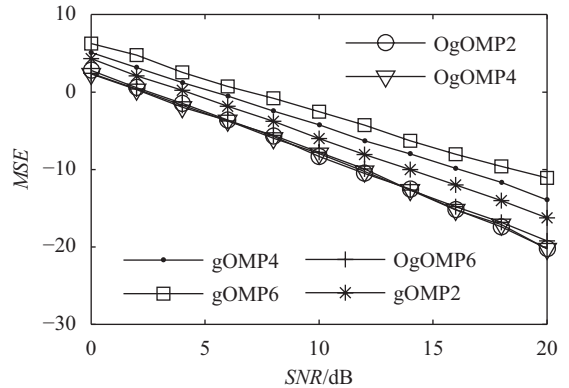


图4 不同原子选择数目m的信道估计均方误差

Fig.4 MSE of channel estimation for different atom selection number  $m$

由图4可以看出,gOMP算法在 $m=6$ 和 $m=4$ 时的信道估计均方误差大于 $m=2$ 时的信道估计均方误差,这是因为过多的原子选择使得恢复的信号逼近含噪信号而偏离原始稀疏信号造成误差变大。OgOMP算法在3种原子选择数时的信道估计均方误差基本相同,OgOMP算法的性能受原子选择数的影响较小,具有更好的稳定性。由图4还可以看出:OgOMP算法受原子选择数 $m$ 的影响不大。但是,在相同迭代次数下,较大的 $m$ 可以使得残差收敛更快。

为对比gOMP算法和OgOMP算法的残余误差收敛速度,在 $m=3$ 时,对MP、gOMP和OgOMP算法仿真800次并求残差二范数均值,残差二范数随着迭代次

数变化的收敛曲线,如图5所示。

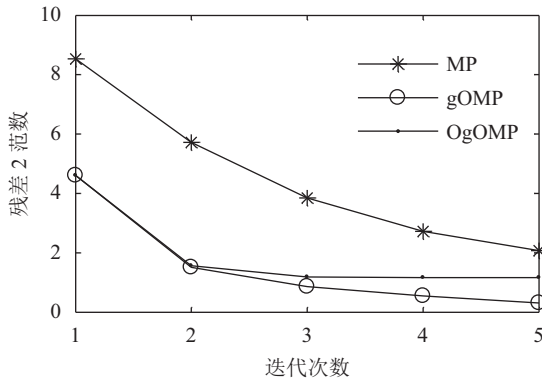


图 5 不同信道估计算法残差2范数收敛曲线

Fig.5 Convergence of residual 2-norm for different channel estimation algorithms

由图5可以看出:gOMP算法和OgOMP算法由于每次迭代选择 $m=3$ 个原子,收敛速度快于每次迭代选择1个原子的MP算法。gOMP算法和OgOMP算法在前3次迭代收敛速度相同,gOMP由于没有错误原子剔除机制,尽管3次迭代之后残余误差继续减小,但是重建的稀疏信号是逼近含噪稀疏信号,得到的稀疏信号与原始稀疏信号偏差较大。3次迭代之后,OgOMP算法残差不再下降,原子精炼思想的加入使得OgOMP算法能够准确地估计原始稀疏信号。

## 4 结 论

将稀疏信道的估计问题建模为压缩感知稀疏信号的重建问题,用压缩感知算法求解稀疏信道。分析了贪婪算法原子选择的非最优性及gOMP算法在含噪情况下过多的原子选择而导致重建性下降的问题,提出改进的OgOMP算法,用残余误差最小的方法选择原子并通过原子精炼删除多选的错误原子以提高gOMP算法的稀疏信道估计性能。仿真结果表明,改进的OgOMP算法的BER和MSE都优于传统的LS算法,并且比gOMP算法能更准确地估计稀疏信道,具有较大的优越性。

实际信道的稀疏性是未知的,因此下一步将对算法如何自适应的获取信道的稀疏性和利用信道的时空间相关性进行块稀疏信道估计,进一步提高稀疏信道估计的稀疏度自适应性和稀疏估计准确性。

### 参考文献:

[1] Ma X, Yang F, Ding W, et al. Novel approach to design time-domain training sequence for accurate sparse channel estimation[J]. IEEE Transactions on Broadcasting, 2016, 62(3): 512–520.  
 [2] Lee D. MIMO OFDM channel estimation via block stage-

wise orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Communications Letters, 2016, 20(10): 2115–2118.

- [3] Berger C R, Zhou S, Preisig J C, et al. Sparse channel estimation for multicarrier underwater acoustic communication: from subspace methods to compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(3): 1708–1721.  
 [4] Yin Yanling, Qiao Gang, Liu Songzuo, et al. Sparse channel estimation of underwater acoustic orthogonal frequency division multiplexing based on basis pursuit denoising[J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(6): 1–8. [尹艳玲, 乔钢, 刘淞佐, 等. 基于基追踪去噪的水声正交频分复用稀疏信道估计[J]. 物理学报, 2015, 64(6): 1–8.]  
 [5] Shen W Q, Dai L L, Gao Z, et al. Spatially correlated channel estimation based on block iterative support detection for massive MIMO systems[J]. Electronics Letters, 2015, 51(7): 587–588.  
 [6] Cotter S F, Rao B D. Sparse channel estimation via matching pursuit with application to equalization[J]. IEEE Transactions on Communications, 2002, 50(3): 374–377.  
 [7] Dai L L, Wang J T, Wang Z C, et al. Spectrum- and energy-efficient OFDM based on simultaneous multi-channel reconstruction[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2013, 61(23): 6047–6059.  
 [8] Jian W, Seokbeop K, Byonghyo S. Generalized orthogonal matching pursuit[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(12): 6202–6216.  
 [9] Khosravi M, Mashhadi S. Joint pilot power & pattern design for compressive OFDM channel estimation[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(1): 50–53.  
 [10] Liu Y, Tan Z, Hu H, et al. Channel estimation for OFDM[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2014, 16(4): 1891–1908.  
 [11] Qi C, Yue G, Wu L, et al. Pilot design schemes for sparse channel estimation in OFDM systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2015, 64(4): 1493–1505.  
 [12] Wang H, Guo Q, Zhang G, et al. Pilot pattern optimization for sparse channel estimation in OFDM systems[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 19(7): 1233–1236.  
 [13] Gao Z, Dai L, Lu Z, et al. Super-resolution sparse MIMO-OFDM channel estimation based on spatial and temporal correlations[J]. IEEE Communications Letters, 2015, 18(7): 1266–1269.

- [14] Donoho D L. Compressed sensing[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289–1306.
- [15] Hayashi K, Nagahara M, Tanaka T. A user's guide to compressed sensing for communications systems[J]. IEICE Transactions on Communications, 2013, E96-B(3): 685–712.
- [16] Qi Chenhao, Wu Lenan, Zhu Pengcheng. Sparse channel estimation and pilot optimization for cognitive radio[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(4): 763–768. [戚晨皓, 吴乐南, 朱鹏程. 认知无线电中的稀疏信道估计与导频优化[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(4): 763–768.]
- [17] Tao Y, Zhang G, Zhang Y. Spatial filter measurement matrix design for interference/jamming suppression in colocated compressive sensing MIMO radars[J]. Electronics Letters, 2016, 52(11): 956–958.
- [18] Liu Cuiyin, Luo Hongli, Li Xiaofeng. A fusion algorithm for visible image and infrared image based on compressive sensing and nonsubsampling contourlet transform[J]. Journal of Sichuan University(Engineering Science Edition), 2014, 46(5): 88–95. [柳翠寅, 罗洪礼, 李晓峰. 基于压缩感知的红外与可见光图像融合[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2014, 46(5): 88–95.]
- [19] He Xueyun, Song Rongfang, Zhou Keqin. Design of pilot pattern for compressive sensing based sparse channel estimation in OFDM systems[J]. Journal of Nanjing University of Posts & Telecommunications, 2011, 31(5): 7–11. [何雪云, 宋荣方, 周克琴. 基于压缩感知的OFDM稀疏信道估计导频图案设计[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2011, 31(5): 7–11.]
- [20] Rebollo L, Lowe D. Optimized orthogonal matching pursuit approach[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2002, 9(4): 137–140.

(编辑 赵 婧)

引用格式: Xiao Shenyang, Jin Zhigang, Su Yishan, et al. An optimized gOMP algorithm for sparse OFDM channel estimation[J]. Advanced Engineering Sciences, 2017, 49(5): 149–155. [肖沈阳, 金志刚, 苏毅珊, 等. 一种优化的gOMP稀疏OFDM信道估计方法[J]. 工程科学与技术, 2017, 49(5): 149–155.]