

文章编号:1009-3087(2016)03-0164-07

DOI:10.15961/j.jsuese.2016.03.022

双圆弧谐波齿轮传动齿廓设计与参数分析

王家序^{1,2},刘彪¹,周祥祥¹,李俊阳³,肖科¹

(1. 重庆大学 机电传动与运载装备研究所,重庆 400044;2. 四川大学 空天科学与工程学院,四川 成都 610065;
3. 重庆大学 控制与科学工程博士后流动站,重庆 400044)

摘要:谐波传动轮齿齿廓对装置传动性能具有显著影响。为提高谐波传动装置性能,采用公切线式双圆弧齿廓作为柔轮齿廓,并建立以弧长为参数的双圆弧齿廓函数。基于改进运动学谐波啮合理论研究双圆弧齿廓谐波传动的共轭区域、共轭齿廓,并分析齿廓齿形参数和齿廓位置参数对共轭区域及共轭齿廓的影响规律。研究结果表明:双圆弧齿廓谐波传动在啮合过程中有2个共轭区域,且存在两次啮合及两点啮合现象;柔轮凸齿廓与凹齿廓圆弧半径、公切线倾角与长度、径向变形量系数、壁厚等对谐波传动的共轭角度与区间、共轭齿廓弧长、共轭齿廓半径与位置等影响显著,且研究实例中适当减小上述啮合参数或结构参数有利于提高谐波传动性能。

关键词:谐波传动;双圆弧齿廓;参数影响;共轭分析

中图分类号:TH132.43

文献标志码:A

Double-circular-arc Tooth Profile Design and Parametric Analysis of Harmonic Drive

WANG Jiayu^{1,2}, LIU Biao¹, ZHOU Xiangxiang¹, LI Junyang³, XIAO Ke¹

(1. Inst. of Electromechanical Transmission and Delivery Equipment, Chongqing Univ., Chongqing 400044, China;
2. School of Aeronautics and Astronautics, Sichuan Univ., Chengdu 610065, China;
3. Postdoctoral Research Station of Control Sci. and Eng., Chongqing Univ., Chongqing 400044, China)

Abstract: The tooth profile has an evidently influence on the transmission performance of harmonic drive (HD). In order to improve the transmission performance of HD, double-circular-arc common tangent tooth profile (DCTP) as the tooth profile of flexspline (FS) was used. The parametric equations of DCTP were established by using the arc length, and the conjugate existent domain (CED) and the conjugate tooth profile (CTP) were deduced based on Modified Kinematic Method, moreover, the CED and CTP variable law of HD that utilized the DCTP were studied. The results demonstrated that two CEDs are founded in the mesh process, and two conjugate phenomenon and twice conjugate phenomenon are deduced. The arc radius of the convex tooth profile, arc radius of the concave tooth profile, conjugate angle, conjugate domain, conjugate position, conjugate arc length and radius are obviously influenced by the common tangent tooth profile length, the obliquity angle between the common tangent and the symmetric line of the teeth, the coefficient of the radial displacement, and the wall thickness of FS. The transmission quality of HD device, in the research example, is improved by appropriately decreasing the abovementioned structure parameters and meshing parameters.

Key words: harmonic drive; double-circular-arc tooth profile; parameters influence; conjugate analysis

谐波齿轮传动装置是由美国学者 Musser 于 1955 年基于薄壳弹性变形理论提出的齿轮传动装置,由柔轮、刚轮、波发生器 3 大部件组成^[1],与传统

的刚性齿轮传动装置相比,谐波齿轮传动具有结构简单、体积小、传动比大、啮合齿数多、传动精度高等优点^[2-3]。然而,随着应用要求的提高,采用渐

收稿日期:2015-06-02

基金项目:国家自然科学基金重点资助项目(51435001);国家自然科学基金面上资助项目(51375506);国家高技术研究发展计划(863计划)资助项目(2015AA043001);高等学校博士学科点专项科研基金优先发展领域课题资助项目(20120181130012);中央高校基本科研业务费资助项目(106112015CDJZR171105);重庆市博士后特别资助项目(Xm2014082)

作者简介:王家序(1954—),男,教授,博士生导师。研究方向:齿轮传动;机器人驱动机构;机电传动与智能控制。E-mail:jxwang@cqu.edu.cn

开线作为轮齿齿廓的谐波传动装置在许多领域已经不能满足高性能的使用要求,如机器人制造业、航天飞行器以及空间实验室等等。因此,研究应用新齿形的谐波齿轮传动技术尤其重要。采用公切线式双圆弧齿廓的谐波齿轮传动装置具有啮合性能好、承载能力强及传动精度高等优点^[4-5]。然而,双圆弧齿廓的齿形参数和位置参数的选取受到共轭区域、共轭齿廓、柔轮变形形状、传动比等诸多因素的约束。陈晓霞等^[6-7]对波发生器形式及齿廓参数对谐波传动啮合侧隙的影响规律进行了研究分析,Kayabasi等^[8]采用有限元方法对谐波传动齿廓进行了优化设计研究。杨勇等^[9]采用单目标优化设计的方法对双圆弧齿廓的部分齿形参数进行了单目标分析,但其研究参数不全,仅考虑了部分齿形参数对共轭齿廓的影响,并未考虑齿廓位置参数的影响规律,且并未考虑齿形参数和位置参数对共轭区域的影响。目前介绍双圆弧齿廓参数的影响规律以及如何合理选取双圆弧齿廓参数的研究并不完善,因此,对于谐波齿轮传动中双圆弧齿廓参数合理选取方法的研究尤为重要。

作者以公切线式双圆弧齿廓作为研究对象,基于改进运动学谐波啮合理论^[10-12]对谐波传动共轭区域及共轭齿廓进行研究,并利用 MATLAB 分别分析双圆弧齿廓齿形参数(凸齿廓圆弧半径、凹齿廓圆弧半径、公切线倾角、公切线长度)和齿廓位置参数(径向变形量系数、柔轮壁厚)对共轭区域及共轭齿廓的影响规律,为合理选取双圆弧齿廓参数,设计啮合性能好、承载能力强、传动精度高、扭转刚度大的双圆弧齿廓谐波传动提供一定依据。

1 双圆弧齿廓谐波齿轮传动共轭区域及共轭齿廓

公切线式双圆弧齿廓基本齿形如图1所示^[13]。

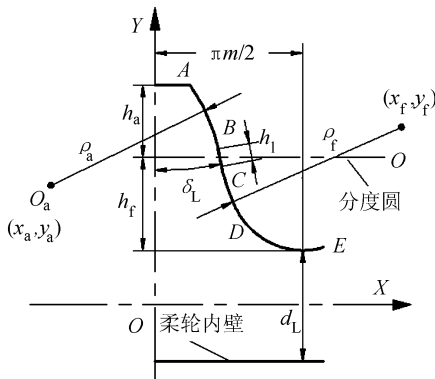


图1 双圆弧齿廓坐标系

Fig.1 Tooth profile of FS with DCTP

图1中, h_a 为齿顶高, h_f 为齿根高, y_a 为凸齿圆心纵坐标的绝对值, x_a 为凸齿圆心横坐标的绝对值, y_f 为凹齿圆心纵坐标的绝对值, x_f 为凹齿圆心横坐标的绝对值, δ_L 为公切线倾角, d_L 为齿根圆与柔轮内壁的距离(柔轮壁厚), ρ_a 为凸齿齿廓圆弧半径, ρ_f 为凹齿齿廓圆弧半径, h_1 为公切线长度。

由图1可知,影响柔轮双圆弧齿廓的齿形段包括凸齿廓AB、切线齿廓BC、凹齿廓CD及过渡齿廓DE。其中过渡齿廓DE为被动齿廓段,与齿廓CD及齿根圆分别相切,在其余齿廓段分别确定后,根据约束关系即可确定过渡齿廓DE。因此,影响双圆弧齿廓的齿形参数由凸齿廓AB、切线齿廓BC、凹齿廓CD确定,其对应的齿形参数分别为凸齿廓圆弧半径 ρ_a 、凹齿廓圆弧半径 ρ_f 、公切线倾角 δ_L 、公切线长度 h_1 。

谐波传动在工作时,柔轮在波发生器作用下产生可控弹性变形,实现与刚轮的啮合传动,而中性层曲线及柔轮径向变形量是衡量谐波传动柔轮变形位置十分重要的参数,而中性层曲线受柔轮壁厚 d_L 影响,径向变形量受径向变形量系数 w_0^* 影响,因此,影响谐波传动柔轮齿廓变形的参数主要为柔轮壁厚 d_L 及径向变形量系数 w_0^* 。

以柔轮轮齿对称轴为Y轴,以Y轴与柔轮中性层曲线的交点为坐标原点O,过O点作中性层曲线的切线作为X轴,建立柔轮齿廓坐标系 $\{X, Y, O\}$,如图1所示。以从柔轮齿顶开始计算的齿廓弧长 s 为参数,可以得到描述柔轮双圆弧齿廓的分段函数^[9]:

右侧AB段凸齿廓:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{AB} = [\rho_a \cos(\alpha_a - s/\rho_a) + x_a, \rho_a \sin(\alpha_a - s/\rho_a) + y_a, 0, 1], \\ \mathbf{n}_{AB} = [\cos(\alpha_a - s/\rho_a), \sin(\alpha_a - s/\rho_a), 0, 1], \\ s \in (0, l_1), l_1 = \rho_a(\alpha_a - \delta_L) \end{cases} \quad (1)$$

式中, $\alpha_a = \arcsin((h_a + h_f + d_L/2 - y_a)/\rho_a)$ 。

右侧BC段切线齿廓:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{BC} = [\rho_a \cos \delta_L + x_a + (s - l_1) \sin \delta_L, \rho_a \sin \delta_L + y_a - (s - l_1) \cos \delta_L, 0, 1], \\ \mathbf{n}_{BC} = [-\cos \delta_L, -\sin \delta_L, 0, 1], \\ s \in (l_1, l_2), l_2 = l_1 + (\rho_a + \rho_f) \tan \delta_L \end{cases} \quad (2)$$

右侧CD段凹齿廓:

$$\begin{cases} \mathbf{r}_{CD} = [x_f - \rho_f \cos(\delta_L + (s - l_2)/\rho_f), y_f - \rho_f \sin(\delta_L + (s - l_2)/\rho_f), 0, 1], \\ \mathbf{n}_{CD} = [-\cos(\delta_L + (s - l_2)/\rho_f), -\sin(\delta_L + (s - l_2)/\rho_f), 0, 1], \\ s \in (l_2, l_3), l_3 = l_2 + \rho_f(\arcsin((y_f + h_f)/\rho_f) - \delta_L) \end{cases} \quad (3)$$

将双圆弧齿廓的分段函数分别代入基于改进运动学的谐波啮合理论^[10-12], 求出柔轮齿廓与刚轮齿廓共轭时柔轮轮齿与波发生器长轴的夹角, 记为 α , 进而通过坐标变换可解出与柔轮齿廓共轭的刚轮齿廓。共轭时的解 α 的区间就是柔轮齿廓与刚轮齿廓存在共轭啮合的区域, 称为共轭区域, 与共轭区域对应的齿廓称为共轭齿廓。以共轭区域及共轭齿廓为分析目标, 分析柔轮齿廓齿形参数及位置参数对共轭区域及共轭齿廓的影响规律。

2 齿廓齿形参数与位置参数影响规律分析

2.1 凸齿廓圆弧半径 ρ_a 影响规律分析

以模数 m 为 0.317 5、柔轮齿数为 160、刚轮齿数为 162、椭圆波发生器输入、刚轮固定、柔轮输出、单级减速比为 80 的公切线式双圆弧齿廓谐波传动为例, 选取柔轮凸齿廓圆弧半径 ρ_a 为 0.55、0.60、0.65, 柔轮齿廓其余齿形参数及位置参数如表 1 所示。基于 MATLAB 编程计算, 得到不同凸齿廓圆弧半径对应的共轭区域及共轭齿廓分别如图 2 及 3 所示。

表 1 柔轮齿形及位置参数

Tab. 1 Parameters value of the tooth profile of FS

参数	值	参数	值	参数	值
w_0^*	1.0	$\delta_L / (^\circ)$	12	ρ_f / mm	0.65
h_f / mm	0.05	d_f / mm	0.83		

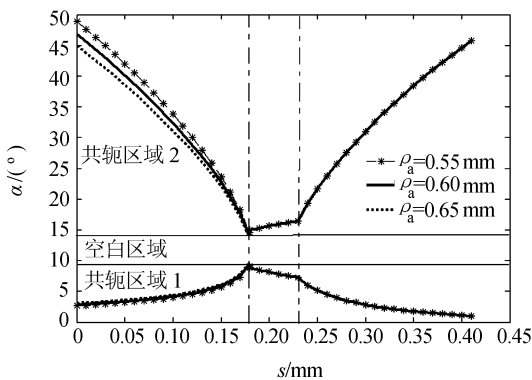
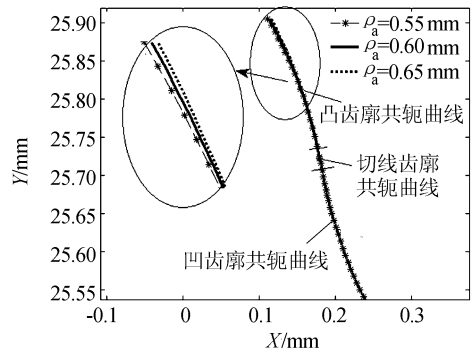


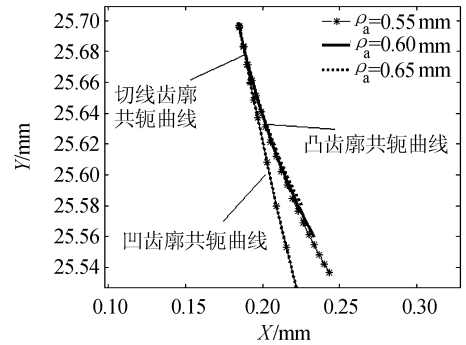
图 2 ρ_a 对共轭区域影响

Fig. 2 Relationship between the CED and ρ_a

图 2 中, X 轴为齿廓参数弧长 s , Y 轴为与弧长 s 对应的啮合角度值, 用细实线将啮合角度按区间进行划分, 可将啮合角度划分为 2 个共轭区域, 其中一个共轭区域啮合角度较窄, 称为共轭区域 1; 另一个共轭区域啮合角度较宽, 称为共轭区域 2; 而在两共轭区域之间存在没有啮合角度的空白区域, 在该区域内不存在共轭齿廓, 因此, 齿廓优化设计时, 应优选参数以消除空白区域, 从而使得齿廓啮合连续无中断。



(a) 区域 1



(b) 区域 2

图 3 ρ_a 对共轭齿廓影响

Fig. 3 Relationship between the CTP and ρ_a

以竖直线划线对横轴的柔轮弧长进行区分, 共轭区域 1 与共轭区域 2 均由 3 部分组成, 共轭区域 1 从左往右分别对应于柔轮凸齿廓、切线齿廓、凹齿廓在共轭区域 1 的啮合角度; 共轭区域 2 从左往右分别对应于柔轮凸齿廓、切线齿廓、凹齿廓在共轭区域 2 的啮合角度。

给定一弧长 s 的值 (对应于柔轮齿廓上一点), 有 2 个啮合角度满足谐波啮合理论的共轭条件, 因此给定点与刚轮齿廓分别在 2 个啮合角度处于共轭状态, 称为两次共轭现象; 在共轭区域内给定一啮合角度值 (对应于柔轮某一共轭位置), 有 2 个弧长值满足谐波啮合理论的共轭条件, 因此在该共轭位置, 柔轮齿廓上有 2 个点与刚轮齿廓同时处于共轭状态, 称为两点共轭现象。

由图 2 可知, 随着凸齿廓圆弧半径 ρ_a 增大, 柔轮凸齿廓对应的共轭区域 1 啮合角度、啮合区间基本不变; 共轭区域 2 啮合角度、啮合区间减小; 空白区域不产生变化。于是, 存在两次共轭现象的共轭区间也相应减小。

图 3(a)、(b) 分别为共轭区域 1、共轭区域 2 对应的共轭齿廓, 由 3 段共轭齿廓组成, 分别对应于柔轮凸齿廓、切线齿廓、凹齿廓在共轭区域 1、共轭区域 2 的啮合角度曲线。

由图 3 可知, 随着凸齿廓圆弧半径 ρ_a 增大, 柔轮

凸齿廓对应的共轭区域1齿廓半径增大、弧长减小;
柔轮凸齿廓对应的共轭区域2齿廓半径、弧长减小;

由图2及3可知,当柔轮凹齿廓在共轭区域1的共轭齿廓与柔轮凸齿廓在共轭区域2的共轭齿廓重合时,存在柔轮凸齿廓(2次)、切线齿廓、凹齿廓均与刚轮齿廓存在共轭啮合,大幅度增加了啮合弧长,两点共轭及两次共轭现象增加,有利于提高谐波传动的承载能力、传动精度和扭转刚度等性能;反之,则仅存在柔轮凸齿廓(2次)、切线齿廓与刚轮齿廓存在共轭啮合。

2.2 凹齿廓圆弧半径 ρ_f 影响规律分析

凹齿廓圆弧半径 ρ_f 为 0.55、0.65、0.75 时对共轭区域及共轭齿廓的影响规律分别如图4、5所示。

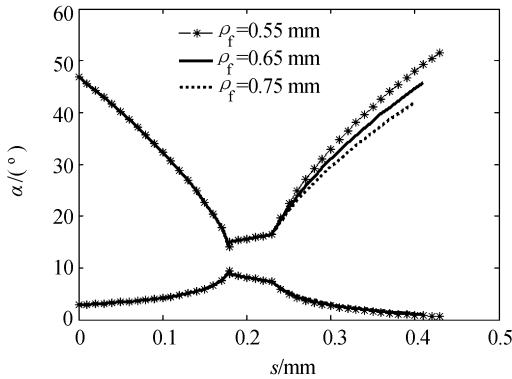


图4 ρ_f 对共轭区域影响

Fig.4 Relationship between the CED and ρ_f

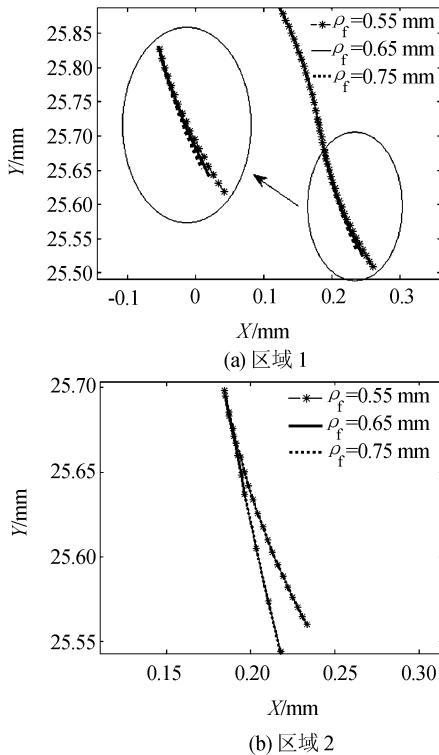


图5 ρ_f 对共轭齿廓影响

Fig.5 Relationship between the CTP and ρ_f

由图4可知,随着凹齿廓圆弧半径 ρ_f 增大,柔轮凹齿廓对应的共轭区域1啮合角度、啮合区间基本不变、啮合弧长减小;共轭区域2啮合角度、啮合区间、啮合弧长减小;空白区域不变。于是,存在两点共轭现象及两次共轭现象的共轭区间也相应减小。

由图5可知,随着凹齿廓圆弧半径 ρ_f 增大,柔轮凹齿廓对应的共轭区域1齿廓半径增大、弧长减小;共轭区域2齿廓半径、弧长、位置基本不变。

2.3 公切线倾角 δ_L 影响规律分析

公切线倾角 δ_L 为 12° 、 13° 、 14° 时对共轭区域及共轭齿廓的影响规律分别如图6与7所示。

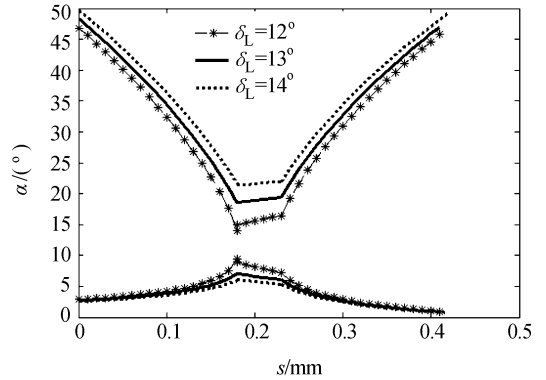
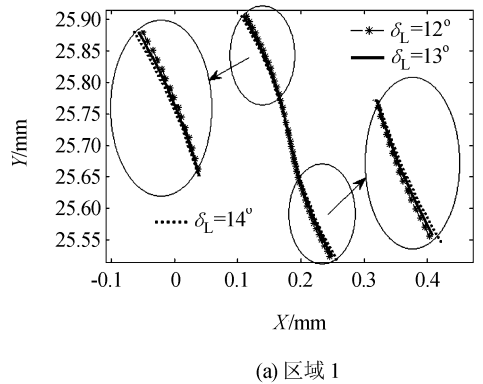
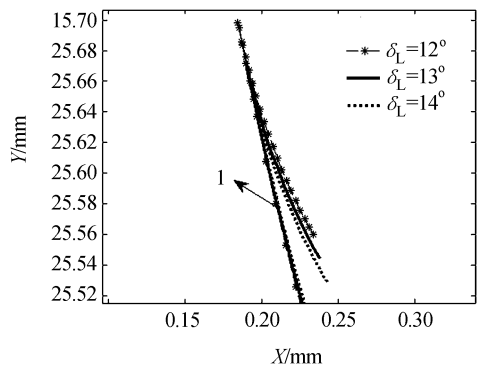


图6 δ_L 对共轭区域影响

Fig.6 Relationship between the CED and δ_L



(a) 区域1



(b) 区域2

图7 δ_L 对共轭齿廓影响

Fig.7 Relationship between the CTP and δ_L

由图 6 可知,公切线倾角 δ_L 对共轭区域具有显著影响。随着公切线倾角 δ_L 增大,共轭区域 1 啮合角度、啮合区间减小、啮合弧长增大,共轭区域 2 啮合角度、啮合弧长增大,啮合区间减小,然而,空白区域急剧增大,于是,存在两次共轭现象、两点共轭现象的共轭区间急剧减小。

由图 7 可知,随着公切线倾角 δ_L 增大,共轭区域 1 齿廓沿逆时针方向旋转、齿廓弧长增大,共轭区域 2 齿廓沿曲线 1 向下移动。

2.4 公切线长度 h_1 影响规律分析

公切线长度 h_1 为 0、0.05、0.10 时对共轭区域及共轭齿廓的影响规律分别如图 8 与 9 所示。

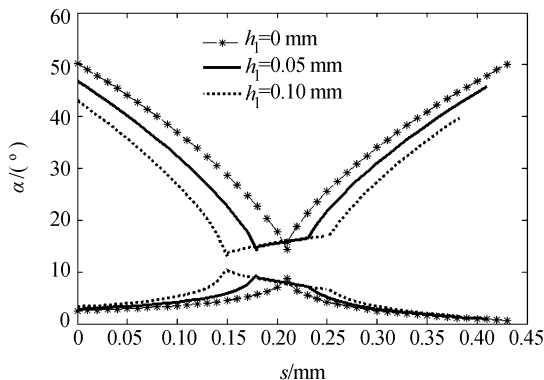
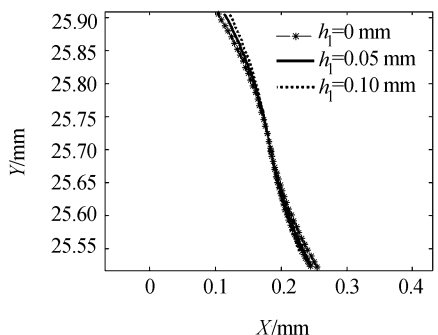
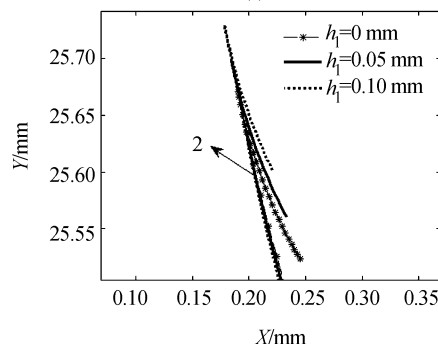


图 8 h_1 对共轭区域影响

Fig. 8 Relationship between the CED and h_1



(a) 区域 1



(b) 区域 2

图 9 h_1 对共轭齿廓影响

Fig. 9 Relationship between the CTP and h_1

由图 8 可知,公切线长度 h_1 对共轭区域具有显

著影响。随着公切线长度 h_1 增大,共轭区域 1 啮合角度、啮合区间增大,共轭区域 2 啮合角度、啮合区间减小,且空白区域减小,共轭区域 1、共轭区域 2 凸齿廓与凹齿廓啮合弧长减小、切线齿廓啮合弧长增大、总体啮合弧长减小,于是,谐波传动啮合连续程度增加,但两次共轭现象、两点共轭现象减小。

由于 9 可知,随着公切线长度 h_1 增大,柔轮凸齿廓、凹齿廓对应的共轭区域 1 齿廓半径增大,弧长减小,共轭区域 2 齿廓沿曲线 2 向上移动。

2.5 径向变形量系数 w_0^* 影响规律分析

径向变形量系数 w_0^* 为 1.0、1.1、1.2 时对共轭区域及共轭齿廓的影响规律分别如图 10 与 11 所示。

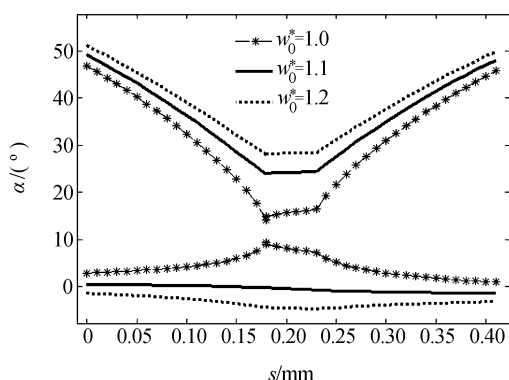
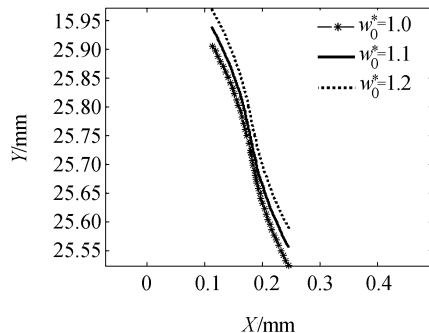
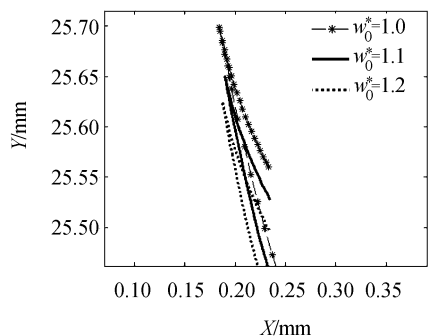


图 10 w_0^* 对共轭区域影响

Fig. 10 Relationship between the CED and w_0^*



(a) 区域 1



(b) 区域 2

图 11 w_0^* 对共轭齿廓影响

Fig. 11 Relationship between the CTP and w_0^*

由图 10 可知, 径向变形量系数 w_0^* 对共轭区域具有显著影响。随着径向变形量系数 w_0^* 增大, 共轭区域 1 啮合角度、啮合区间减小, 共轭区域 2 啮合角度增大、啮合区间减小, 空白区域急剧增大, 于是, 两点共轭现象、两次共轭现象显著减小。

由图 11 可知, 随着径向变形量系数 w_0^* 增大, 共轭区域 1 齿廓沿 Y 轴正向移动, 而共轭区域 2 齿廓沿 Y 轴负向移动。

2.6 柔轮壁厚 δ 影响规律分析

柔轮壁厚 δ 为 0.26、0.28、0.30 时对共轭区域及共轭齿廓的影响规律分别如图 12 与 13 所示。

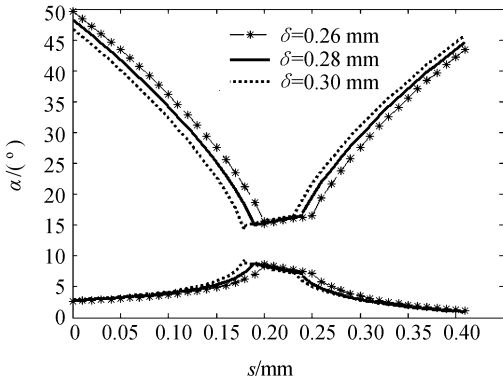


图 12 δ 对共轭区域影响

Fig. 12 Relationship between the CED and δ

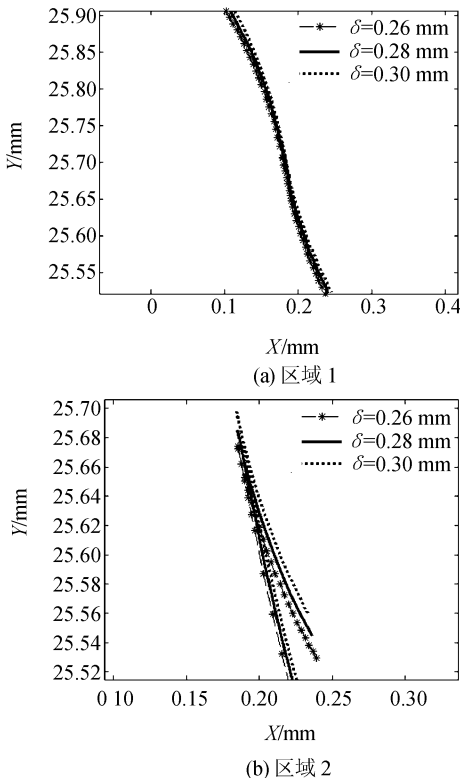


图 13 δ 对共轭齿廓影响

Fig. 13 Relationship between the CTP and δ

由图 12 可知, 随着柔轮壁厚 δ 增大, 柔轮凸齿廓、切线齿廓对应的共轭区域 1 啮合角度、啮合区间增大, 啮合弧长减小, 柔轮凹齿廓对应的共轭区域 1 啮合角度减小, 啮合区间、弧长增大, 总的啮合弧长不变, 柔轮凸齿廓、切线齿廓对应的共轭区域 2 啮合角度、啮合区间、啮合弧长减小, 柔轮凹齿廓对应的共轭区域 2 啮合角度、啮合区间、啮合弧长增大, 空白区域减小, 于是, 两点共轭现象及两次共轭现象轻微增大。

由图 13 可知, 随着柔轮壁厚 δ 增大, 共轭区域 1 齿廓、共轭区域 2 齿廓沿 Y 轴正向移动, 且半径、弧长基本不变。

综上所述, 通过对齿廓齿形参数和齿廓位置参数的合理选择能增大啮合角度、共轭区间、啮合弧长、减小空白区域、增加两次共轭现象与两点共轭现象, 有效提高谐波传动的承载能力、传动精度和扭转刚度等性能, 因此, 研究齿廓齿形参数与齿廓位置参数对共轭区域和共轭齿廓的影响规律十分重要。

3 结 论

研究表明:

1) 双圆弧齿廓谐波传动在啮合过程中有 2 个共轭区域, 当柔轮凹齿廓在共轭区域 1 的共轭齿廓与柔轮凸齿廓在共轭区域 2 的共轭齿廓重合时, 两点共轭及两次共轭现象增加, 有利于提高谐波传动的承载能力、传动精度和扭转刚度等性能。

2) 双圆弧齿廓两共轭区域之间存在没有啮合角度的空白区域, 在该区域内不存在共轭齿廓, 齿廓优化设计时, 应优选参数以消除空白区域, 从而使得齿廓啮合连续无中断。

3) 齿廓齿形参数和齿廓位置参数对谐波传动共轭区域及共轭齿廓的影响显著。柔轮凸齿廓圆弧半径 ρ_a 、凹齿廓圆弧半径 ρ_r 、公切线倾角 δ_L 、公切线长度 h_1 、径向变形量系数 w_0^* 、柔轮壁厚 δ 等对谐波齿轮传动共轭角度、共轭区间、共轭齿廓弧长、半径、位置、两次共轭与两点共轭现象等影响显著, 且研究实例中适当减小啮合参数或结构参数值有利于提高谐波传动性能。

参考文献:

[1] Musser C W. Strain wave gearing, US 2906143 [P]. 1959 - 9 - 29.
 [2] Dong Huiming, Wang Delun, Ting K L. Kinematic effect of the compliant cup in harmonic drives[J]. Journal of Me-

- chanical Design, 2011, 133(5):051004.
- [3] Xiao Huajun, Hou Li, Dong Lu, et al. Mathematical modelling of rotary cutter arc tooth line of cylindrical gear shaped by origin face of rotary cutter[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2013, 45(3):171-175. [肖华军, 侯力, 董璐, 等. 旋转刀盘母面成形的弧齿线圆柱齿轮数学建模[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2013, 45(3):171-175.]
- [4] Xin Hongbin. Design for basic rack of harmonic drive with double-circular-arc tooth profile[J]. China Mechanical Engineering, 2011, 22(6):656-662. [辛洪兵. 双圆弧谐波齿轮传动基本齿廓设计[J]. 中国机械工程, 2011, 22(6):656-662.]
- [5] Ishikawa S. Wave gear device having three-dimensionally contactable shifted tooth profile; US 8776638[P]. 2014-7-15.
- [6] Chen Xiaoxia, Liu Shuzhong, Xing Jingzhong, et al. The parametric design of double-circular-arc tooth profile and its influence on the functional backlash of harmonic drive [J]. Mechanism and Machine Theory, 2014, 73(1):1-24.
- [7] Chen Xiaoxia, Liu Shuzhong, Xing Jingzhong, et al. Assembly model of harmonic gear based on elastic component deformation[J]. Computer Integrated Manufacturing Systems, 2011, 17(2):338-343. [陈晓霞, 林树忠, 邢静忠, 等. 基于挠性构件变形的谐波齿轮装配模型[J]. 计算机集成制造系统, 2011, 17(2):338-343.]
- [8] Kayabasi O, Erzincanli F. Shape optimization of tooth profile of a flexspline for a harmonic drive by finite element modelling[J]. Materials & Design, 2007, 28(2):441-447.
- [9] Yang Yong, Wang Jiaxu, Zhou Qinghua, et al. Optimization design for flexspline tooth profile parameters of double-circular-arc harmonic drives[J]. Journal of Sichuan University: Engineering Science Edition, 2016, 48(1):186-193. [杨勇, 王家序, 周清华, 等. 双圆弧谐波齿轮传动柔轮齿廓参数的优化设计[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2016, 48(1):186-193.]
- [10] Xin Hongbin. A new method for research on engagement algorithm of harmonic drive[J]. China Mechanical Engineering, 2002, 13(3):181-183. [辛洪兵. 研究谐波齿轮传动啮合原理的一种新方法[J]. 中国机械工程, 2002, 13(3):181-183.]
- [11] Xin Hongbin, He Huiyang. Study on conjugate profiles of harmonic drive[J]. Journal of Changchun Institute of Optics and Fine Mechanics, 1996, 19(2):22-26. [辛洪兵, 何惠阳. 谐波齿轮传动共轭齿廓的研究[J]. 长春光学精密机械学院学报, 1996, 19(2):22-26.]
- [12] Zhang Furun, Luo Baixun. The engaging equation by the B matrix method[J]. Journal of Huazhong University of Science and Technology, 1990, 18(2):9-16. [张福润, 罗伯勋. 建立啮合方程的 B 矩阵法[J]. 华中理工大学学报, 1990, 18(2):9-16.]
- [13] 邵家辉. 圆弧齿廓[M]. 2 版. 北京: 机械工业出版社, 1994:76-78.

(编辑 黄小川)